11. Einige einfache Berechnungen

11.1 Allgemein

Die folgenden Berechnungen stellen Ergänzungen zu den in Kap. 10 angestellten Überlegungen dar. Fehlende Abmessungen siehe Kapitel 8.

Im folgenden wird der Einfachheit halber die senkrecht auf die Erde wirkende Kraft, die von der Masse 1 kg ausgeht, mit 10N (Newton) anstelle des üblichen Wertes von 9,81N eingesetzt. Ferner sind alle Werte ca.-Werte; sie dienen mehr der Anschaulichkeit als des Nachweises.

Die für dieses Thema wohl interessantesten Rechnungen, die Aufheizung der Gewölbesteine z.B. in Abhängigkeit einer Wärmebelastung sowie eine mögliche Belastung der Steine und der Fugen aufgrund von Temperaturunterschieden u.ä. können in diesem Buch nicht geboten werden. Es wird hier auf die Anmerkungen zu Quellen, siehe auch Kapitel 13 und 14.

11.2 Fundament

Ermittlung der vorhandenen Bodenpressung des gesamten Ofensystems für die Fundamentauslegung

Machen wir eine einfache Rechnung mit den geplanten Abmessungen des gesamten Gebäudes auf:

- Fundamenthöhe = 80cm,
- Wandhöhe = 2 m
- mittlere Dichte des Gebildes = 2.600 kg/m³

Daraus errechnet sich die vorhandene Bodenpressung zu:

 $p = 72.8 \text{ kN/m}^2$

Ermittlung der zulässigen Bodenpressung

Laut DIN 1054 kann von einer zulässigen Pressung von 155 kN/m² ausgegangen werden, so daß für diese Bauhöhe eine ausreichende Sicherheit gegeben ist. Der umlaufende Fundament-Sockel mit seinem Überstand von 20 cm hat somit rechnerisch keine Bedeutung.

11.3 Anzahl Gewölbe-Steine

Eine exakte Bestimmung der Anzahl der Gewölbe-Steine ist nicht möglich, zumal ein großer Teil zugeschnitten werden muß. Berechnen wir also die innere Oberfläche des Backofens und die sich daraus ergebende Anzahl anhand eines vereinfachten Modells:

Apsis-Teil

Sie stellt eine Viertelkugel mit dem Durchmesser 1,2 m dar. Die Oberfläche beträgt folglich: $A1 = \pi * r^2 = 1,13 \text{ m}^2$

Vorderer Teil

Dieser Teil kann durch einen halben Kegelstumpf mit den Radien 0,6m an der Apsis und 0,3m am Tor sowie der Länge 1m für den vorliegenden Fall hinreichend genau beschrieben werden:

A2 = π^*p^*l , mit p = mittlerer Radius A2 = $\pi^*0.45^*1 = 1.41 \text{ m}^2$, und damit beträgt die gesamte Innenfläche **A gesamt** = **2.54 m**²

Anzahl Steine

Haben die Steine eine der Ofen-Innenseite zugewandte Stirnfläche von a = 3 cm und b = 10,5

cm und beträgt die Mörtelfuge f = 5 mm, dann berechnet sich die Anzahl zu:

n = A gesamt/(a+f)/(b+f)

n = 660 Stück

Bei der Realisierung wurden genau 600 Steine benötigt, die Mörtelfuge betrug allerdings auch ca. 6 bis 8 mm.

Hinzu kommen natürlich noch die für die Schließung des Gebäudeausschnitts benötigten Ziegel.

11.4 Menge des benötigten Mörtels

Die erforderliche Menge Mörtel ist aufgrund der großen Fugen an der Außenseite doch beträchtlich. Eine ungefähre Berechnung und Vorratshaltung wird, weil schwer abzuschätzen, schon empfohlen.

Gewölbe-Volumen:

Berechnet wird das Volumen des Mörtels, VM, durch Abzug des Stein-Volumens, VS, vom Gesamtvolumen des Gewölbes, VG:

Viertelkugel des Apsisteils:

 $VG_1 = 0.25 * \pi * (D^3 - d^3)/6 == 0.4 \text{ m}^3$

Halber Kegelstumpf für den vorderen Teil:

 $VG2 = 0.5*((Dg^2+dg^2+Dg*d)-(Dk^2+dk^2+Dk*dk))*\pi/12$

 $VG2 = 0.46 \text{ m}^3$

 $VG gesamt = 0.86 m^3$

Steinvolumen des Gewölbes:

660 Steine mit den Abmessungen von 0,03m*0,105m*0,22m ergeben ein Volumen von:

VS gesamt=0,46 m³

Mörtelvolumen:

beträgt VM==0,4 m³

Bevorratung des Bindemittels Kalziumhydroxid:

Unter der vereinfachten Annahme, daß 400 Liter Mörtel auch ca. 400 Liter Sand benötigen, muß mit dem Verbrauch von ca. 133 Liter Kalk gerechnet werden. Luftkalk ist mit einer Dichte von ca. 0,65 kg/dm³ sehr leicht, so daß in etwa V=133*0,65= 87 kg oder 4 Sack Kalk à 25 kg allein für das Gewölbe zu bevorraten sind.

11.5 Wärmekapazität des Ofens

Es zeigt sich, daß das Volumen des aus Backsteinen bestehenden Ofenteils mit ca. 1 m³ (einschließlich Backboden) nicht unbeträchtlich ist. Eine einfache Rechnung soll genügen, um den Bedarf an Heizmaterial für den Aufheizvorgang zu überprüfen.

Das Gewölbe samt Boden und Umgebung soll im Mittel um 125 K (oder auch °C) erwärmt werden. Dieser Wert ergibt sich aus der Temperaturmessung in der Mitte des Gewölbes mit 130 bis 150°C bei Erreichung der *Backreife* des Ofens und mit einem Anfangswert von 20 bis 40°C.

Dann ergibt sich bei einer mittleren spezifischen Wärme von 1 kJ/kg K und einer mittleren Rohdichte von 1,8 kg/dm³ für Steine und Mörtel eine Wärmekapazität des Gewölbes von W= 225 MJ oder 62,5 kWh. Das ist nicht gerade wenig.

Verbrennt man Holz mit einem mittleren Heizwert von 15 MJ/kg bei einem Wirkungsgrad von 70%, dann wird eine Holzmenge von m = 22 kg bzw.90 kWh benötigt.

Wird eine mittlere Aufheizzeit von 4 Stunden angenommen, dann beträgt die Leistung rund 22,5 kW

Auch das ist nicht wenig, bedenkt man, daß man mit einem 10 kW-Holzofen ein schlecht isoliertes 3-Etagen-Haus wie das unserige mit 100 m² Wohnfläche mitten im Winter *mollig* warm bekommt und halten kann.

Die Rechnung soll zeigen, daß Bauweise und Größe des Ofens eine erheblich Rolle spielen und mitbestimmen, ob der Ofen überhaupt auf Temperatur kommt oder ob eine Isolation des Gewölbes folglich angesagt ist. Oder, ob man überhaupt so groß und das Gewölbe so dickwandig baut.

Der Verbrauch von 22 kg in 4 Stunden bedeutet rund 3 kg pro halber Stunde. Wenngleich über die Genauigkeit der Rechnung keine Illusion besteht, so stimmt dieser Wert doch mit der Praxis in etwa überein. Der hier beschriebene Ofen benötigt etwa 25 kg Holz zur Erreichung der Backreife aus dem vorgewärmten Zustand heraus, wie in Kap. 9 beschrieben wurde.

Fazit:

Trotzdem: Sofern man keine eigene Holzquelle besitzt, wird das selbstgebackene Brot bei geringen Chargen nicht billiger als das vom Bäcker werden. Wem das aber als zuviel erscheint, möge die in Kap. 7 beschriebene Bauweise in Erwägung ziehen, bei der nur ein halber Stein für die Gewölbedicke und eine geringe Umhüllung des Gewölbes zum Tragen kommt. Natürlich bedeutet dies nicht nur halbe Wärmekapazität - auch der Aufheizvorgang wie aber auch der Abkühlvorgang verlaufen schneller.

11.6 Berechnung der Mauer gegen Verschieben, Kippen und auf Bodenpressung

Allgemein

In (17.41) wird sehr detailliert eine konventionelle Berechnungsmethode vorgestellt und in (17.47) eine moderne. Beide Methoden lassen den Anwender nur ahnen, aber nicht rechnen, weshalb im folgenden der Versuch unternommen werden soll, die Belastung aus eigener Kraft zu ermitteln. Vorweggesagt: das Ergebnis entspricht in etwa dem im vorigen Kapitel.

Der Berechnungstheorie liegt die Vorstellung zugrunde, daß die Menge Sand oberhalb des Schüttwinkels α unter Berücksichtigung eines Reibungseffektes abrutscht und auf die Mauer drückt, siehe Abbildung 11-1.

Werte für Schüttwinkel können der Literatur entnommen werden , für den Reibwinkel zwischen Sand und Sand muß man ihn mühsam aus der Belastungshypothese nach (17.43) herausrechnen; er beträgt in etwa 24° , was durch einen eigenen Versuch mit Sand mit einer Körnung 0 bis 4 mm bestätigt werden konnte.

Eine senkrechte Reibungskomponente zwischen Mauer und Schüttung, die nur dann vorhanden ist, wenn die Mauer tatsächlich etwas nachgibt, soll hier nicht berücksichtigt werden.

Die Höhe der Stützmauer soll H=1m betragen, sie ist bis oben mit Sand hinterfüllt. Der Schüttwinkel betrage 35°, so daß ein entsprechender Sandkeil gegen die Mauer drückt. Die Dichte des Mauerwerks betrage 2.600 kg/m³ und die des Sandes 1.800 kg/m³. Der Reibungswinkel Sand/Sand soll 24° betragen.

Berechnung der Kräfte aus dem Sandgewicht

Das Gewicht der Menge abrutschenden Sandes pro m Mauerlänge beträgt:

 $G_S = 1 \text{m/tan35}^{\circ} * 1 \text{m/2} * 1.800 \text{kg/m}^{3} * 10 \text{N/kg} = 12.853 \text{N/m}$

Die auf die Mauer drückende sogenannte Hangabtriebskraft unter Berücksichtigung der

Reibung beträgt:

$$E = E_0 - E_R = G_S * \sin(35^\circ - 24^\circ) / \cos 24^\circ = 2.684 \text{ N/m}$$

Die gegen die Mauer drückende Horizontalkraft aus E beträgt:

 $E_H = E*\cos 35^\circ = 2.198 \text{ N/m}$

und die Vertikalkraft Es beträgt:

 $E_S = E*\sin 35^\circ = 1.539 \text{ N/m}$

Berechnung der Kräfte aus dem Mauergewicht

Das Mauergewicht beträgt:

 $G_M = 1m*0.3m*2.600 \text{kg/m}^3*10 \text{N/kg} = 7.800 \text{ N/m}$

Resultierende Kräfte

Der senkrechte Anteil der resultierenden Kraft aus Mauergewicht und Sandgewicht beträgt: $R_S = G_M + E_S = 9.339 \text{ N/m}$ (ohne Benennung)

Der horizontale Anteil der resultierenden Kraft aus Mauergewicht und Sandgewicht beträgt $R_H = E_H$ (ohne Benennung)

Die resultierende Kraft beträgt dann:

$$R = \sqrt{(R_S^2 + R_H^2)} = 9.594 \text{ N/m}$$

Reibkräfte

Die Reibkraft am Fuße der Mauer betrage mit Reibwinkel 37°:

 $F_{RM} = R_S * tan 37^\circ = 7.000 \text{ N/m}$

11.6.1 Berechnung gegen Verschieben

Im Gleichgewicht ist dieses System hinsichtlich Verschiebung, wenn die zu überwindende Reibkraft, F_{RM} , aus Mauergewicht, G_{M} , und senkrechtem Anteil der Schubkraft, E_{S} , kleiner ist als die horizontale Schubkraft E_{H} des Sandes.

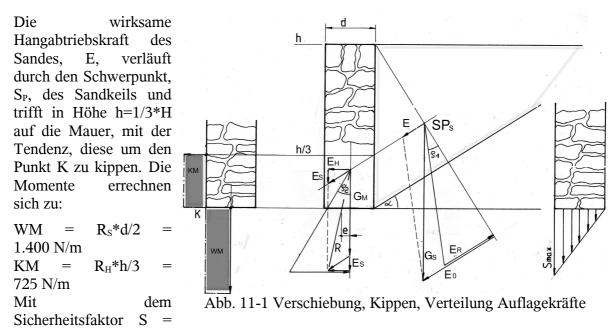
In diesem Fall liegt ein Sicherheitsfaktor gegen Verschieben vor:

 $S = F_{RM}/R_H = 7000/2.198 = 3.2$, was als sicher angesehen werden darf.

Somit wäre eine Sandfüllung möglich. In Wirklichkeit ist das Problem komplexer. Zwischen Stützmauer und Gewölbe erkennt man einen Keil, der mit Sand gefüllt eine schwer berechenbare Wirkung auf die Mauer wie auf das Gewölbe hat. Er wird sich verdichten und schließlich wie ein fester Mörtel wirken - hoffentlich. Wenn nicht, können die Längsbewegungen des Ofens - akademisch gedacht - einen Nachfüll-Effekt bewirken, was zu einer Überlastung der Mauer führen könnte. Deshalb sollte der Abstand zwischen Ofengewölbe und Mauer hinreichend groß sein.

11.6.2 Berechnung gegen Kippen

Gleichgewicht herrscht hinsichtlich Kippen, wenn das Widerstands-Kippmoment der Mauer, WM, größer ist als das angreifende Kippmoment des Sandes, KM:



WM/KM = ca. 2 herrscht genügend Sicherheit gegen Kippen.

11.6.3 Verteilung der Auflagekräfte

Bei der Berechnung der Verschiebung der Auflagekräfte laut einer Beschreibung in (17.41) wird die senkrechte Komponente der Resultierenden, R, durch den Durchdringungspunkt von R verlegt. In diese Wirklinie wird der Schwerpunkt der Flächenpressung gelegt, so daß ein Belastungstrapez entsteht. Im Fall e=1/6*d schrumpft es zum Dreieck, wie hier im rechten Bild 11-1 dargestellt ist.

Wird die Abweichung größer, dann erhält dieses Trapez einen negativen Anteil.

Laut (17.41) errechnen sich die Auflagekräfte dann wie folgt:

 $S_{1/2} = R_S/d*(1\pm6*e/d)$, auf das o.g. Beispiel bezogen, ergibt sich:

 $= 9.339 \text{N/m}/0.3 \text{m}*(1\pm6*0.05 \text{m}/0.3 \text{m})$

 $S_{max} = 18.678N/m^2$ oder ca. $18,7kN/m^2$

 $S_{min} = 0N/m^2$

Wir sind also weit von der maximal zulässigen Pressung entfernt, die laut (17.41) für Kalksteinmörtel auf Kalkstein bei $p_{zu} < 500 \text{ kN/m}^2$ liegt. Steht die Mauer jedoch auf erdigem Untergrund, so ist sehr wohl Skepsis angesagt - auch wenn die zulässige Pressung höher liegen mag.

Hier noch einige Angaben über die Druckfestigkeit aus diesem Buch in der alten Angabe kg/cm²:

Kalksteinmauerwerk in Kalkmörtel: 5 kg/cm^2 (500 N/m^2) Ziegelmauerwerk in Kalkmörtel: 7 kg/cm^2 (700 N/m^2) Ziegelmauerwerk in Zementmörtel: 11 kg/cm^2 (1.100 N/m^2) Guter Baugrund $2,5 \text{ kg/cm}^2$ (250 N/m^2)

Reibwinkel zwischen Mauerwerk und Baugrund: 20°

Reibwinkel für Mauerwerk intern: 37°